

# Statystyka wielowymiarowa - ćwiczenia 3

## Zadanie 5

Zmienne losowe  $X_1$  i  $X_2$  są niezależne, mają rozkład normalny o wartości oczekiwanej 0 i wariancji 1. Oblicz wartość oczekiwaną i macierz kowariancji wektorów:

$$Z = \begin{bmatrix} X_1 - X_2 \\ X_1 + X_2 \end{bmatrix}, W = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_1 + X_2 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} X_1 - 2X_2 \\ X_1 + 2X_2 \end{bmatrix}$$

Czy współrzędne wektorów  $Z$ ,  $W$  i  $Q$  są niezależne? Znajdź dla wektorów  $Z$  i  $Q$  dekorrelujące przekształcenie Mahalanobisa. Wyraż je poprzez zmienne  $X_1$  i  $X_2$ .

## Zadanie 6

Dla wektorów  $Z, W, Q$  z zadania 5 oblicz macierze kowariancji

a) wektorów  $AZ$ ,  $AW$ ,  $AQ$  dla macierzy

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

b) rzutu wektorów  $Z, W, Q$  na prostą przechodzącą przez punkt  $(0, 0)$  w kierunku wektora

## Zadanie 7

Zmienna losowa  $X$  ma rozkład jednostajny na przedziale  $[-1, 1]$ . Zmienna losowa  $Y = X^2$ . Czy zmienne losowe  $X$  i  $Y$  są nieskorelowane? Czy są niezależne?

## Zadanie 8 [gielda.csv]

Oszacuj kowariancję dla akcji IBM i PANAM.

### Wskazówka

Skorzystaj z estymatora funkcji kowariancji dla macierzy danych  $\mathcal{X} = [x_{ij}]$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $j = 1, \dots, p$

$$S = [s_{kl}],$$

$$s_{kl} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_{ik} - \bar{x}^k) (x_{il} - \bar{x}^l),$$

gdzie

$$\bar{x}^k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ik}$$